I Appello

Cognome	
Nome	
Matricola	

Esercizio 1 *Si estrae un numero dispari X a caso tra i numeri $\{1, 2, \ldots, 9\}$, si tira una moneta equa e si pone $Y = X + 1$ ($Y = X - 1$) se è uscita testa (croce).*

1. *Le variabili X, Y sono indipendenti ? La varianza di Y sarà maggiore o minore di quella di X ?* [**3 punti**]
2. *Calcolare la distribuzione discreta congiunta di X, Y e la covarianza $\mathrm{Cov}(X, Y)$.* [**4 punti**]

Soluzione

Nome:______________________________________

Esercizio 2 *L'altezza dei ragazzi di 10 anni in una certa popolazione è distribuita normalmente con varianza σ^2 sconosciuta. Viene estratto un campione di 100 ragazzi e viene misurata una varianza campionaria $S^2 = 16$ cm.*

1. *Trovare un intervallo di confidenza al 95% per σ^2.* [**3 punti**]
2. *L'intervallo cambierebbe se conoscessi la* media μ *della popolazione normale ? Giustificare.* [**2 punti**]

Soluzione

Nome:______________________________________

Esercizio 3 *Si consideri la distribuzione binomiale* $B(n, p)$.

1. *Che tipo di variabile casuale descrive ?* [**2 punti**]
2. *Se ho due variabili indipendenti* $X \sim B(n, p)$ *e* $Y \sim B(m, p)$ *come è distribuita la loro somma ? Giustificare* [**3 punti**]
3. *Illustrare le due principali approssimazioni della legge* $B(n, p)$ *per* $n \gg 1$. [**3 punti**]
4. *Se* $X \sim B(n, 1/3)$ *quanto vale approssimativamente la probabilità che* $X \geq n/3 + \sqrt{n}$ *?* [**2 punti**]

Soluzione

Nome:____

Esercizio 4 *Un campione normale ha prodotto i seguenti risultati:*

37	42	44	62	25	18	42	48	43
34	36	28	32	30	54	20	32	40

1. *Quanto vale la mediana del campione ?* [**2 punti**]
2. *I dati del campione sono compatibili al* 5% *di significatività con l'ipotesi che la media della popolazione sia di almeno* 40 *?* [**3 punti**]

Soluzione

Nome:______________________________________

Esercizio 5

1. *Siano d_1, d_2 due stimatori indipendenti e corretti di un parametro θ ignoto di una popolazione. Siano σ_1^2, σ_2^2 le rispettive varianze. Trovare $\lambda \in [0, 1]$ tale da minimizzare l'errore quadratico medio dello stimatore $d = \lambda d_1 + (1 - \lambda)d_2$.* [**3 punti**]

2. *Un campione $X_1, \ldots, X_{10}$ da una popolazione normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ ha fornito una media campionaria $\bar{x} = 1$ e varianza campionaria $s^2 = 2$. Stimare μ e σ^2 con il metodo della massima verosimiglianza.* [**3 punti**]

Soluzione